Bírálat Pristyák Levente „Dynamics of One-Dimensional Integrable Systems” című értekezéséről

Kölcsönható, nagy szabadsági fokú rendszerek termalizációja régóta foglalkoztatja a fizikusokat. A hétköznapokban minket körülvevő klasszikus statisztikus fizikai rendszerek, mint a sokat emlegetett tejeskávé, különböző kölcsönhatások miatt, különböző időskálákon egyensúlyba kerülnek. Például a kávé elég hosszú idő után felveszi a kávézó hőmérsékletét. Kvantumos rendszerek esetén azonban a környezettel való kölcsönhatás nyomán a ,,kvantumosság" nagyon rövid időskálán megszűnik. Ezért ha arra vagyunk kíváncsiak, hogy egy ,,valódi" kvantumrendszer hogyan fejlődik időben, esetleg egyensúlyba kerül-e, el kell szigetelnünk a környezetétől. Egy tiszta állapotból indított, izolált kvantumrendszer azonban végig tiszta állapotban marad, ezért gyakran egy elég nagy kvantumrendszer egy kis részrendszerének termalizációját tekintjük. Azt várjuk, hogy elég hosszú idő után beáll egy egyensúlyi állapot, a részrendszert nem tudjuk megkülönböztetni valamely statisztikus fizikai sokasággal leírt állapotban lévőtől.

Kinoshita, Wenger és Wiess híres kvantumos Newton-inga kísérlete azonban rámutatott, hogy ez nem feltétlenül van így. Két atomi felhőt ütköztetve azt várnánk, hogy a nagyszámú ütközés miatt a rendszer rövid idő alatt termalizál, azonban a két felhő viszonylag hosszú ideig szinte érintetlenül ,,ingázott" át egymáson. A háttérben az áll, hogy bizonyos ún. integrálható kvantumrendszerekben található nagyon sok megmaradó mennyiség megszorítja a dinamikát.

Integrálható kvantumos soktestrendszerek dinamikája és egyensúlya az elmúlt évtizedek egyik legaktívabban kutatott területévé vált. Kiderült, hogy az egyensúlyi állapotában figyelembe kell venni a rendszer megmaradó mennyiségeit (általánosított Gibbs sokaság - GGE). Ugyanakkor a megmaradó mennyiségek kiaknázhatók egzakt számítások elvégzéséhez. Kvantumos spinláncok megoldhatók a Bethe Ansatz-on alapuló módszerek segítségével, végtelen láncok esetén az termodinamikai határeset származtatható. Erre alapozva 2016-ban két független csoport is levezette az ún. általánosított hidrodinamikai egyenleteket (generalized hydrodynamics, GHD), melyek inhomogén kezdőállapotból indított integrálható rendszerek nemegyensúlyi állandósult állapotát írják le. A módszer egyik kulcseleme az általánosított kontinuitási egyenletek használata, melyhez az áramoperátorok várható értékeinek számítására van szükség.

Pristyák Levente „Dynamics of One-Dimensional Integrable Systems” című értekezése a fent vázolt problémakör kutatásához járul hozzá, véleményem szerint jelentősen. Az áramoperátorok várhatóértékeire vonatkozó formula bizonyítását adja meg két konkrét modellben, azonban a számítás kellően általános ahhoz, hogy más integrálható modellekre is alkalmazható legyen. További célként olyan modellek konstrukcióját és vizsgálatát tűzte ki, melyek kellően ,,egyszerűek" a dinamika egzakt számításához, utat nyitva a GHD-ban alkalmazott közelítések helyességének ellenőrzéséhez. Ezekben a modellekben további érdekes jelenségeket is talált, mint például a Hilbert-tér töredezettség és perzisztens oszcillációk.

A dolgozat olvasmányos bevezetéssel kezdődik, mely segít az olvasónak elhelyezni a témát, bevezeti a legfontosabb fogalmakat, mint integrálhatóság, általánosított Gibbs sokaság, általánosított hidrodinamika.

A dolgozat második fejezetében a szerző összefoglalja a soktestrendszerek termalizációjával kapcsolatos ismereteket és nyitott kérdéseket, majd rátér az integrálható rendszerek esetére. Nagy hangsúlyt fordít a GHD tárgyalására, hiszen dolgozat egyik fő eredménye a GHD egyenletekben szereplő áramoperátorra vonatkozó formula bizonyítása.

A harmadik fejezetben kvantumos integrálható spinlácokra vonatkozó ismereteket és módszereket foglalja össze, úgy mint koordináta- és algebrai Bethe Ansatz, kvantum inverz szórás módszere.

A negyedik fejezetben bizonyítja a témavezető által korábban javasolt formulát az áramoperátorok kifejezésére az XXZ modellben. A teljesség kedvéért bemutatja az ismertetett formula kapcsolatát az irodalomban használt, végtelen térfogatban érvényes formulával egy szemiklasszikus érvelés segítségével az egyik társszerző munkája nyomán. A bizonyítás sarokköve a várható értékekre vonatkozó alaktényező kifejtés bizonyítása. Ezek után az alaktényezők számítását és a kifejtés összegzését részletezi. A bizonyítás lépései általánosíthatók más U(1) szimmetriával rendelkező modellekre is.

Az ötödik fejezetben a bizonyítást kiterjeszti az U(1) szimmetriával nem rendelkező XYZ modellre. Az U(1) szimmetria hiánya miatt itt egy általános, algebrai konstrukciót vezet be, a töltések és áramok egy ún. kiterjesztett transzfer mátrixból származtathatók.

A hatodik fejezetben a hajtogatott XXZ modellt vizsgálja, melyet az XXZ modell a delta paraméter egy nemtriviális, végtelen határeseteként állítja elő, a Hamilton operátor az első három nemtriviális megmaradó töltést tartalmazza. A modell integrálhatósága nem következik automatikusan ebben a határesetben, erre a jelölt egy új bizonyítást ad. A modellben található részecskék szórási amplitúdói rendkívül egyszerű alakot öltenek. A modellt koordináta Bethe Ansatz segítségével megoldja, rámutat a modellben található nagyfokú degenerációkra és az ún. Hilbert-tér töredezettség jelenségére. Megkonstruálja az alapállapotot, majd egy megoldható kvantumos kvencs szcenárióban vizsgálja az adott hosszúságú le-spinekből álló domének kialakulási valószínűségét.

A hetedik fejezetben a Hilbert-tér töredezettségét vizsgálja a hajtogatott XXZ modellben. Először integrálhatóság sértő deformációkat vezet be, a sértést a szint statisztika megváltozásával támasztja alá. A Hilbert-tér töredezettség eredetét szimmetria operátorok algebrai konstrukciójával magyarázza, itt szintén társszerzők munkáját foglalja össze a teljesség kedvéért, de ezt egyértelműen jelzi is. Ezután numerikusan vizsgálja a töredezettség hatását a nemegyensúlyi dinamikára, kvantumos kvencs szcenárióban.

A nyolcadik fejezetben egy integrálható spin létrát vizsgál, melyre, mint csatolt XX láncokra tekinthetünk. Láncon belüli gerjesztések szabadon mozognak, azonban a dinamika függ a másik lánc állapotától, a dinamika így közel szabad, a különböző lábakon utazó részecskék szóródnak nemtriviálisan egymáson. A modellt integrálható Trotterizációból származtatja és megkonstruálja a megmaradó mennyiségeket. Megadja a modell megoldását Jordan--Wigner transzformáció és Bethe Ansatz segítségével, végül numerikusan vizsgálja a két lánc közötti korrelációkat és összefonódást.

A kilencedik fejezetben bemutatja a tézispontokat.

A dolgozatot öt függelék zárja. Az A Appendixben megadja az XXZ modellre vonatkozó fundamentális kommutációs relációkat, melyek kvantum inverz szórás módszer során használatosak. Az XYZ és XXZ modellek első néhány töltés- és áramoperátorainak explicit alakját adja meg a B Appendixben. A C Appendixben az áramoperátorokra vonatkozó eredmények numerikus vizsgálatát mutatja be. A D Appendixben az elliptikus függvényeket vezeti be és közli a számítások során használt azonosságokat. Az E Appendix tartalmazza a numerikus számításokhoz használt mátrixszorzat állapotokon alapuló végtelen időfüggő blokk-decimációs algoritmust mutatja be.

A dolgozat logikusan felépített, átgondolt szerkezetű, formailag megfelelő. A disszertáció kitűnő angolsággal íródott, elütést elvétve lehet találni. A fejezetek elején és végén található külön bevezetések és összefoglalók nagyban hozzásegítenek az olvashatósághoz, az eredményeket egyértelműen kapcsolják az irodalomhoz. Az elméleti összefoglaló és az ott bevezetett jelölések ismeretében a fejezetek egymástól függetlenül is olvashatók. A szaknyelvet jól alkalmazza, a hivatkozások száma és minősége nem hagy kívánni valót maga után.

A disszertáció témája érdekes és időszerű, a terület legfrissebb eredményeit és módszereit használja, szervesen illeszkedik a nemegyensúlyi rendszerek kutatásának fő sodrába. Ezt jelzi az is, hogy a jelölt cikkei több, mint kétszáz hivatkozást kaptak.

A jelölt eredményeit négy tézispontban foglalja össze, melyek röviden a következők: 1. XXZ modell áramoperátorainak várható értékeire vonatkozó formula bizonyítása. 2. A bizonyítás kiterjesztése a nem U(1) szimmetrikus XYZ modellre. 3. Hajtogatott XXZ modell vizsgálata: hajtogatott modell töltéseinek származtatása XXZ modellből, az alapállapot vizsgálata és kvantumos kvencs utáni időfejlődés numerikus vizsgálata. 4. Anionszerű spinlánc konstrukciója és vizsgálata.

A tézispontokban foglalt eredményekből öt nemzetközi publikáció született. Mivel ezek többszerzős művek, a szerző komoly odafigyeléssel jelzi, hogy melyik részek képzik a munkáját, így a hozzájárulása egyértelműen körülhatárolható, ahol szükséges volt, ezt a társszerzők nyilatkozatával is megerősítette. **A tézispontokban összefoglalt eredményeket így a szerző önálló, új tudományos eredményeinek ismerem el.**

A tézispontokhoz tartozó öt publikáción kívül a jelölt további három nemzetközi publikációt is jegyez, melyek közül az egyik a témában született összefoglaló mű. Véleményem szerint így a jelölt kiemelkedő publikációs tevékenységgel rendelkezik.

Az alábbi kérdésekre adott válaszoktól függetlenül a dolgozatot nyilvános védésre bocsáthatónak tartom és arra "summa cum laude" értékelést javaslok.

A dolgozattal kapcsolatban a következő kérdéseim vannak:

1. Van-e a Hilbert-tér töredezettségnek bármilyen jele az eredeti, XXZ modellben, illetve lehet-e látni ennek a mechanizmusát, amint Delta tart végtelenbe, vagy ez kizárólag a határesetben érvényes észrevétel?

2. A jelölt az "egyszerű" modellek konstrukcióját és vizsgálatát azzal motiválja, hogy az általánosított hidrodinamika eredményeit lehet ellenőrizni ezek segítségével. A dolgozatban erre utaló eredményt azonban nem találunk. Történt-e esetleg akár a jelölt, akár más szerzők által ilyen irányú vizsgálat? Ha igen, milyen eredménnyel, ha nem, akkor mi lehet a nehézség?

3. A 7.3-as ábra alapján a perzisztens oszcillációk nem-nulla külső mágneses térnél jelennek meg az x irányú mágnesezettség operátorának időfejlődésében. Hasonlóan a 7.4-es ábrán is. Hasonló jelenséget láthatunk az Ising modell ferromágneses fázisában longitudinális mágneses tér esetén

(Kormos és tsai. Nature Physics 13, 246–249 (2017)). Ott a jelenség a külső tér okozta bezárással magyarázható, igaz az időfejlődés során az összefonódási entrópia (két félvégtelen lánc között) is mutatja az oszcillációkat, és nem mutat növekedést. Hasonló a helyzet az ún. E_8 modellben, ahol egyrészecske állapotok állnak a háttérben (Castro-Alvaredo és tsai. Phys.Rev.Lett. 124 (2020) 23, 230601). Hogyan alakul a vizsgált modellben az összefonódás időfejlődése? Lehet-e valami kapcsolat esetleg a fenti mechanizmusokkal?

Budapest, 2025. Február 3.

Lencsés Máté