

„Dynamics of One-Dimensional Integrable Systems” - összefoglaló

Pristyák Levente

A disszertáció az egy-dimenziós integrálható kvantumrendszerek dinamikáját vizsgálja. Ez a sok-test rendszerek egy speciális osztálya, amelyet a végtelen sok megmaradó mennyiség jelenléte jellemez. Ezek a megmaradó mennyiségek megakadályozzák, hogy a rendszerek a hagyományos értelemben termalizálódjanak; helyette egy olyan egyensúlyi állapotot érnek el, amelyet egy ún. általánosított Gibbs-sokaság (Generalized Gibbs Ensemble, GGE) ír le. Ez figyelembe veszi az extra megmaradó mennyiségeket, így biztosítva a hosszú távú viselkedés pontos előrejelzését. Az elmúlt évtizedben a terület tanúja volt az ún. általánosított hidrodinamika (Generalized Hydrodynamics, GHD) kifejlesztésének is. Ez a hatékony eszköz a megmaradó mennyiségekre támaszkodva írja le az integrálható rendszerek transzporttulajdonságait és nem-egyensúlyi állandósult állapotait.

A disszertáció két központi aspektushoz járul hozzá az integrálható kvantumrendszerek elméletében: elmélyíti a GHD elméleti alapjait az áramoperátorok tanulmányozása révén, és tanulmányoz néhány „egyszerű” integrálható modellt, amelyek esélyt kínálnak a GHD jóslatainak egzakt megoldásokkal való összevetésére.

A dolgozat első része matematikailag precíz módon vezet le egy, az áramoperátorok várható értékeire vonatkozó formulát az XXZ modellben, fontos alátámasztását nyújtva a GHD egyik kulcsfontosságú feltevésének. Az algebrai Bethe Ansatz-ra (algebraic Bethe Ansatz, ABA) és a kvantum inverz szórási probléma megoldására épülő formfaktor kifejtési tétel segítségével az XXZ modell tetszőleges sajátállapotaiban, véges térfogatban kerülnek kiszámításra az áramoperátorok várható értékei. Ezek az eredmények később az XYZ modellre is kiterjesztésre kerülnek, ahol az ún. általánosított ABA módszert és az áramoperátorok algebrai felépítését felhasználó számítás egy hasonló képletet ad az áramok várható értékeire. Ez a nem- $U(1)$ szimmetriájú rendszerekre történő kiterjesztés egy első lépést jelent annak bizonyítására, hogy a GHD az integrálható modellek egy szélesebb körében is eredményesen alkalmazható.

A dolgozat két „egyszerű” integrálható modellt is vizsgál, amelyek közös tulajdonsága a különösen egyszerű két-részecske szórási fázisuk. Az első az ún. hajtogatott (folded) XXZ modell. A modell töltései az XXZ spin-lánc ismert töltéseiből kerülnek levezetésre, míg megoldása a koordináta Bethe Ansatz (coordinate Bethe Ansatz, CBA) segítségével kerül megoldásra. Emellett a disszertáció vizsgálja a modell alapállapot tulajdonságait és még egy operátor várható értékének időfejlődését is egzaktul kiszámolja egy kvantum kvencset követően, ami a szokásos integrálható rendszerekben általában lehetetlen feladat.

Figyelemre méltó, hogy a hajtogatott XXZ modell Hilbert-tér töredezettséget mutat, amely jelenség során a rendszer Hilbert-terében dinamikailag elszigetelt szektorok alakulnak ki, termalizáció sértő viselkedést eredményezve. A dolgozat tartalmazza egy globális kvantum kvencs utáni valós idejű dinamika numerikus szimulációit, amelyek megerősítik a nem csillapodó oszcillációk jelenlétét. Ugyanez a jelenség megfigyelhető a hajtogatott XXZ modell egy nem-integrálható kiterjesztésében is. Ezen modell nem-integrálható volta az energiaszint-statisztika numerikus kiszámításával kerül alátámasztásra.

Végül a dolgozat bevezet és vizsgál egy új, anyon-szerű spinlétra modellt, amely az egyik legegyszerűbb ismert kölcsönható integrálható rendszer. A modell integrálhatósága az XXZ spin-lánc integrálható Trotterizációjának egy speciális limeszén keresztül kerül bemutatásra. Emellett a rendszer koordináta Bethe Ansatz általi megoldása, illetve az összefonódási entrópiájának analitikus és numerikus eszközökkel történő vizsgálata kerül bemutatásra, mind egyensúlyi és nem-egyensúlyi helyzetekben.

Ezek az eredmények együttvéve előmozdítják az integrálható kvantumrendszerek nem-egyensúlyi dinamikájának elméleti megértését, matematikailag precíz bizonyítást nyújtanak a GHD egyik alapfeltevéséhez, és új lehetőségeket kínálnak jóslatainak jövőbeli tesztelésére.