

Válaszok Werner Miklósnak a „Dynamics of One-Dimensional Integrable Systems” - című PhD dolgozat bírálatában feltett kérdéseire

Pristyák Levente

1. Bár a 4. fejezet levezetése speciálisan az **XXZ**-spinláncra történik, de a fő eredmény (a (4.4) és (4.5) egyenletek) azt sejteti, hogy általánosabban is igaz lehet. Ezt erősíti az 5. fejezet is, ahol egy másik modellben is erre az eredményre jutunk. Történt-e az eredmények publikálása óta a szerző által vagy az irodalomban próbálkozás egy ilyen általánosabb bizonyításra? Ha nem, akkor mi ennek az akadálya, illetve milyen irányban lenne érdemes továbblépni egy általános bizonyításhoz?

Témavezetőm velem és Borsi Mártonnal kiegészülve több munkában is vizsgálta az áramoperátorok várható értékét, egyre általánosabb megközelítésben. A 4. fejezetben ismertetett levezetés ugyan bizonyos pontjain az XXZ modellre szorítkozik, de valójában csak az R -mátrixban szereplő függvények analitikus tulajdonságait használja ki, így viszonylag egyszerűen általánosítható más, szokásos Bethe Ansatz-cal megoldható modellekre is. Később témavezetőm ezt az eredményt kiterjesztette nested Bethe Ansatz-cal megoldható rendszerekre is, kihasználva a kapcsolatukat hosszú távú kölcsönhatásokat tartalmazó modellekkel (B. Pozsgay, “Current operators in integrable spin chains: lessons from long range deformations,” *SciPost Phys.* **8** (2020) 016). Végül szintén témavezetőm volt az, aki a legáltalánosabbnak tekinthető eredményként összekötötte az áramok várható értékét a szokásos Yang-Baxter integrálhatóság elemeivel, az R -mátrixszal és Lax-operátorral (B. Pozsgay, “Algebraic Construction of Current Operators in Integrable Spin Chains,” *Phys. Rev. Lett.* **125** no. 7, (2020) 070602). Ezt az eredményt írja le a dolgozat (5.14) és (5.15)-ös egyenlete. Ahhoz azonban, hogy ezekből az egyenletekből a (4.4), (4.5) és (5.1)-es egyenletekben szereplő eredményekre jussunk, szükségünk van a vizsgált rendszer megoldására. A megoldás menete pedig függ attól, hogy milyen típusú modellt vizsgálunk: van-e $U(1)$ szimmetria, illetve van-e az elemi gerjesztéseknek belső szabadsági foka (azaz hagyományos/általánosított/nested Bethe Ansatz-cal oldható-e meg a modell). Mindezzel együtt, az 5. fejezetben ismertetett levezetés néhány nem triviális lépéstől eltekintve hasonló ahhoz, amit témavezetőm a fentebb idézett munkában adott az XXZ modellre. Azt gondolom, hogy az 5. fejezet levezetése megfogalmazható modell-függetlenebb módon is (az XXZ eset például nyilvánvalóan megkapható az XYZ egy határeseteként), így egy viszonylag általános bizonyítást adva.

2. Az integrálható elméleteket végtelen sok lokális megmaradó töltés található. Az MPS alapú szimulációk nagyban gyorsíthatóak lokális megmaradó mennyiségekkel, bár igaz az is, hogy ilyenkor egyrácshelyes töltéseket használnak csak, pl. a spin z -komponensét az XXZ-láncon. Felmerül a kérdés, hogy lehetne-e használni az integrálhatóságot ezen rendszerek hatékonyabb szimulációjára? Van-e például valamilyen összefüggés az egyes Schmidt-állapotpárok általánosított töltéseloszlása és a teljes kvantumállapot töltése között?

Ez egy nagyon jó kérdés, amire sajnos nem tudok konkrét választ adni. Doktori tanulmányaim egy pontján tervben volt egy ilyen irányú kutatás, ami azonban sajnos nem valósult meg és legjobb tudomásom szerint mások sem vizsgálták behatóan ezt a kérdést.

A végtelen sok megmaradó lokális töltés jelenléte – naivan gondolkodva legalábbis – megkövetelést kell, hogy jelentsen az MPS-ben szereplő mátrixokra. Ha például egy eltolás invariáns szituációt vizsgálunk az iTEBD algoritmussal (ahogy a dolgozatban), a lokális töltéssűrűségek várható értékének meg kell egyeznie minden rácsponton. A magasabb töltések azonban egyre több és több rácspontos

töltéssűrűséggel rendelkeznek, így ahhoz, hogy ezeket felhasználjuk, hosszabb és hosszabb elemi cellákat kellene definiálni.

Összefoglalva azt tudom mondani, hogy az én várakozásom az, hogy az integrálhatóság felhasználható az MPS alapú szimulációk hatékonyabbá tételében, de sajnos nem tudom megmondani, hogy pontosan hogyan.

3. **A 8. fejezetben numerikusan meghatározásra kerül a két alrács közötti összefonódási entrópia véges láncok esetén, egzakt diagonalizációval. Felmerül a kérdés, hogy lehetséges-e ezt a mennyiséget az integrálhatóságot kihasználva hatékonyabban számolni? Szabad fermionok esetén például a Wick-tételt kihasználva a kétpont-függvények alapján könnyen megadható egy részrendszer entrópiája (Ref: I. Peschel és V. Eisler, <https://arxiv.org/pdf/0906.1663>).**

Ezt a kérdést nem vizsgáltuk behatóan. Azt gondolom, hogy a kvantum kvencset követő nem-egyensúlyi szituációban (8.4-es ábra) az entrópia kiszámítása rendkívül nehéz feladat. Az alapállapotban (8.3-as ábra) már elképzelhetőbb, hogy valamilyen, a fentebb idézett munkában ismertetett módszerhez hasonló eljárással lehetőség lehetne az entrópia meghatározására. A dolgozatban vizsgált modell azonban nem szabad (a γ paraméter bizonyos speciális értékeit leszámítva), ráadásul az összefonódási entrópia a nem-összefüggő, páros és páratlan rácshelyek alkotta alrendszerek között az igazán érdekes. Emiatt a kérdésben idézett munka eredményei direktben valószínűleg nem ültethetők át a dolgozatban vizsgált rendszerre.