

Válaszok Dr. Kruppa András bíráló szakmai kérdéseire

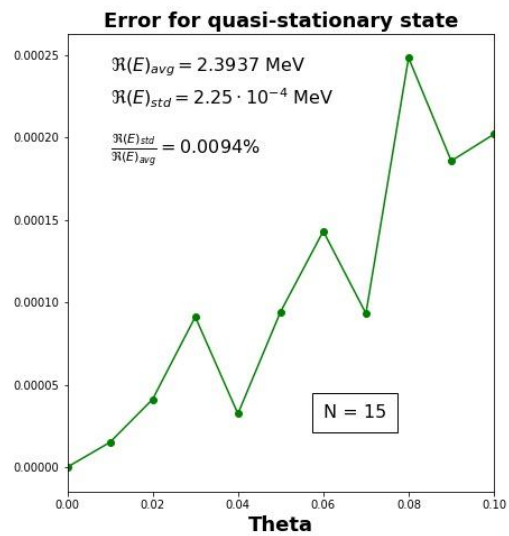
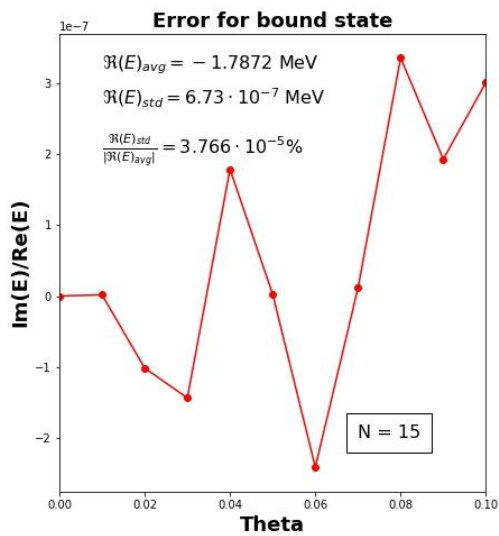
Szilvási Réka

1. *Az egész dolgozatban, amikor a komplex skálázást alkalmazza, a jelölt egyetlen θ értéket használ. Elméletileg a komplex rezonanciaenergia független θ -tól, azonban a véges bázisméret miatt a rezonanciaenergia függ θ -tól. A komplex skálázással végzett vizsgálatok során gyakran alkalmazzák az ún. θ -pályát, amely lehetővé teszi az energia pontosabb meghatározását. A kérdés az, hogy a jelölt végzett-e számításokat különböző θ paraméterekkel, és alkalmazta-e a θ -pályát az energia nagyobb pontossággal történő meghatározására?*

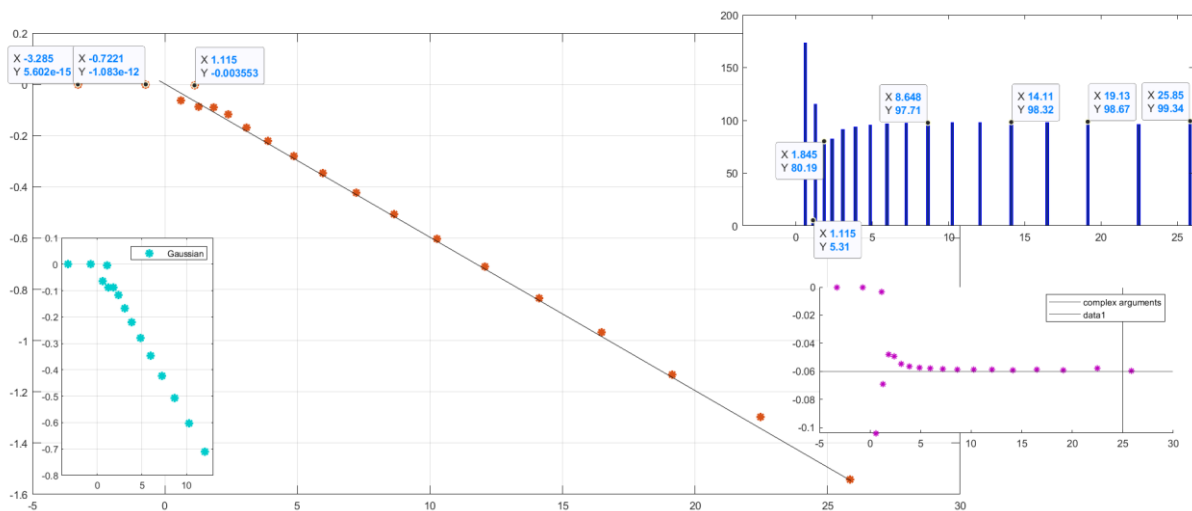
A θ hatását a komplex spektrumra és a kvázi-stacionárius energiákra megvizsgáltam egy adott tartományban [$\theta=0.01-0.1$] Matlabban (továbbá végeztünk elemzést Python programban is $N=15$ bázisfüggvény esetében) mind a Gauss-típusú potenciál alakok, mind a Woods-Saxon magpotenciál esetében. Itt két szempontot vettem figyelembe:

- a θ elegendően nagy legyen ahhoz, hogy a kérdéses energiatartományban feltárjuk a kvázi-stacionárius alfa energiát; (illetve a nagyobb θ esetén gyorsabb a konvergencia, ami szintén szempont)
- a θ ne legyen túl nagy, hogy elkerüljük az exponenciális függvényeket is tartalmazó potenciálokban megjelenő oszcillációkat.

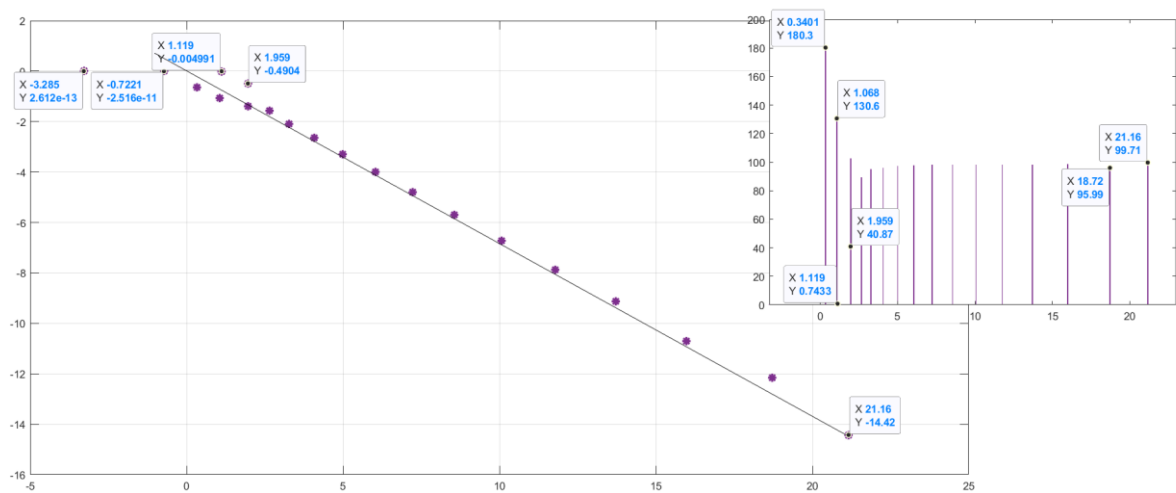
Az első pont könnyedén teljesíthető, lévén a magfizikában érdekes alfa energiák imaginárius részei nagyságrendekkel kisebbek például a molekulákban jelentkező rezonancia szélességeknél (ilyen jellegű számításokban az általam vizsgált tartomány felső határát alkalmazzák tipikusan a szakirodalomban). A második pont értelmében azonban a $\theta=0.1$ környéki skálázási paraméter már erős oszcillációkat hozott be a potenciálokba. A numerikus analízis szerint már alacsony bázisszám esetén ($N=15$) is a 0.02 és 0.05 közötti θ értékek kis relatív eltérést jelentenek a kvázi-stacionárius imaginárius energiákban, míg a kötött állapotok esetében az energiák robosztusnak tekinthetők θ változtatására nézve. (Nagyobb bázisszám esetén a θ -függés a vizsgált tartományban még kisebb). Ezek alapján választottam a $\theta=0.03$ értéket a $\theta=[0.02-0.05]$ tartományból. Ezt az alábbi ábra foglalja össze (a Gauss-típusú potenciál alakra vonatkozóan, Python algoritmussal számolva: Andorfi István diplomamunka 2024):



Végeztem analízist a Gauss-potenciál esetében is $\theta = 0.03$:



és $\theta = 0.3$ esetben (Matlab programmal):



A Gauss-potenciál esetében a második kvázi-stacionárius állapot megtalálásához már a nagyobb θ volt szükséges.

2. *Kiemelten fontos megkülönböztetni, hogy a modellben a teljes alfa-bomlási szélesség arányos az átlagtérben észlelt szélességgel. A jelölt erre a mennyiségre az s_0 jelölést használja. A szokásos magfizikai jelölés szerint (ld. 4.3.) úgy vélem, hogy ez a mennyiség a spektroszkópiai faktor. Az s_0 és a spektroszkópiai faktor a modellben elhanyagolt magszerkezeti információkat veszi figyelembe. A kérdés tehát az, hogy a jelölt véleménye szerint az s_0 és a spektroszkópiai faktor ugyanaz a mennyiség-e?*

A spektroszkópiai faktor definíciója szerint megfelel az általam bevezetett mennyiségnek (a spektroszkópiai faktor végső soron az egyrészeske + átlagtér megoldások átfedése a sok-részeske megoldásokkal), azonban a használt s_0 -ba beleértendő a számolási módszerünk szisztematikus hibája is, mely a legkisebb az $N=128$ (legkisebb neutronszámu és legkisebb felezési idejű) atommagok esetében, azonban szisztematikusan nő, ahogy a vizsgált atommagok felezési ideje nő.

Megjegyzés: A magszerkezetet több tényező befolyásolja (héj effektusok, párkorrelációk stb.). A hipotézisünk az s_0 faktor (a vizsgált) izotónok esetében való állandóságáról és dominánsan a neutronszámról való érzékenységről a következő szemléletes képpel is összefügghet: az ólom környéki ($Z=82$) magok esetében a neutronbőr effektus már jelentős (DOI: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.104.034303>), ami azt is jelenti, hogy míg a protonok az ún. „core”-ban rendeződnek egyenletesen, addig a neutronok egy része azon kívül alkot egy héjszerű struktúrát; többek között ez a különbség is magyarázhatja szemléletesen a Γ^{decay} protonszámra való érzéketlenségét, és akár egyetlen neutron hozzáadásának igen jelentős hatását. Ez a hatás azért is érdekes, mert akár az általam fejlesztett modell minimális kiterjesztésével is vizsgálható lehet (vagy a magsugár Woods-Saxon illetve Coulomb tagjában történő szétcsatolásával, vagy külön a proton és neutron potenciálok önkonzisztens átlagtér modellben történő számításával), mely egy további lehetséges kutatási irányt is kijelöl.

3. *A Coulomb potenciál alakja a (4.6) és (4.8) képletekben ugyanaz $(1+f(r))\frac{c_0}{r}$, ennek a kölcsönhatásnak komplex skálázott alakja szerepel a (4.21) képletben is. Az $f(r)$ függvény vagy Woods-Saxon típusú vagy a (4.7) képlet adja meg. Mi indokolja a Coulomb kölcsönhatás ilyen alakját? A szokásos eljárás során egyenletesen töltött gömb potenciálját szokás használni és ezt az alakot a jelölt is használja ld. (5.27). Ha nem szeretjük az éles levágású töltés sűrűséget, azaz realisztikusabb számolást akarunk akkor szokás használni diffúz töltés sűrűséget ekkor a potenciált numerikus integrállal lehet számolni az elektrodinamika alapján. Az (5.23) képletben adott potenciál Coulomb tagját nem értem. A V_c jelölés egy függvényt jelöl? Ennek a függvénynek az argumentuma $(1+f(r))$? Mi indokolja ezt a választást?*

Az (5.23) formulában $V(r)=-V_0f(r)+V_c(1-f(r))$ valóban nincs jelölve, mit fejez ki a V_c tag. Ez egy szorzó faktora a Fermi-függvényt tartalmazó zárójeles kifejezésnek. A 4. fejezet egyik képletében szerepel ugyanez a jelölés, amely minden egyéb helyen az alábbi részletben látható $\frac{c_0}{r}$ formában szerepel.

From the viewpoint of tunneling, the Coulomb potential is the interesting part of the nuclear potentials (4.8) and (4.6), hence, for the sake of simplicity, let us consider only the Coulomb potential V_C and the $\ell = 0$ case (the s-wave approximation):

$$V_C(r) = \frac{c_0}{r}, \quad (4.17)$$

where the previously introduced constant c_0 contains the atomic number of the daughter nucleus Z and some typical constants of nuclear physics: $c_0 = 2 \cdot Z \cdot \alpha \hbar c$ with α denoting the fine-structure constant at vacuum energy. The Gamow

$V(r)=-V_0f(r)+V_c(1-f(r))$ egy analitikusan és numerikusan is jól viselkedő átlagtér potenciál alak (láthatóan a Heaviside-függvénnyel való képzés egy analitikus formája), mellyel a Coulomb-gátat analitikus módon csatolhatjuk a vonzó magpotenciál részhez; ez teszi lehetővé az analitikus komplex skálázást, mely a modellünk esetében elengedhetetlen. (Ebben a felírásban valójában a homogén töltésű gömb magsugáron kívüli megoldását csatoljuk analitikusan a Woods-Saxon potenciálhoz a magon belül).

4. Az értekezés egyik másik jelentős eredménye, hogy a jelölt becslést ad egy kísérletileg még tanulmányozatlan atommag felezési idejére. Az összehasonlíthatóság érdekében hasznos lett volna, ha a Henneberger-módszert és a nem-hermitikus eljárást ugyanarra a magra alkalmazza. Mi az oka annak, hogy nem ugyanazokat a magokat vizsgálta a két módszerrel?

- I. A Henneberger-módszer alkalmazhatósága csak síkhullámokra terjed ki; a bemutatott modell demonstratív célt szolgál a jelenség bemutatására/kimutatására. Az alkalmazott modellkörnyezet önmagában arra alkalmas, hogy a bomlási szélesség relatív megváltozását adja meg (a teljes bomlási szélességet a Kälbermann-formulával becsülve) a lézer hatására. A síkhullám hatásának további vizsgálata nem volt cél.
- II. A nem-hermitikus modellkörnyezettel a lézerpulzusok hatásának vizsgálatát céloztam meg, mely kiemelt célja volt a kutatásnak. Ezt a modellt azonban a

lehetséges alfa-bomló atommagok felezési ideje korlátozza numerikusan. A Henneberger-módszer során vizsgált ^{210}Po bomlási szélessége a 10^{-28} MeV nagyságrendben van, ennek közelítése a módszerrel jelen számítási kapacitás mellett nem kivitelezhető, ezért volt szükséges alacsony felezési idejű (tehát nagyobb bomlási szélességű) atommagokat találni, mely végül az izotóp sorokban mutatkozó regularitások felismeréséhez vezetett.

5. *Az alfa-bomlás energiájának meghatározása a (4.21) komplex skálázott Hamilton operátoron alapul. A szokásos számítási eljárás szerint, a (4.20) függvényeket mint bázisfüggvényekkel meghatározzuk a komplex szimmetrikus Hamilton-mátrixot majd ezt diagonalizáljuk. Szerintem ez látható a 4.2 ábra „a” részén. Az értekezésben azt írja : “The python algorithm uses numerical integration techniques to solve the eigenvalue problem”. Számomra ez a mondat azt jelenti, hogy (4.21) operator sajátérték problémáját, mint egy közös differenciálegyenlet valamilyen módszerrel megoldjuk. Ilyen esetben semmiféle bázis méret nem játszik szerepet, ezért nem értem, hogy a python számítás estén a 4.4 ábrán és a 4.5 ábra „b” részén, az ábrákon mit jelent a vízszintes tengelyen lévő szövegben a bázis függvény szám.*

Mind a Matlab, mind a Python algoritmusok esetében a komplex és szimmetrikus Hamilton-mátrixelemek meghatározása és a mátrix diagonalizálása történt. A dolgozatban szereplő mondat *“The python algorithm uses numerical integration techniques to solve the eigenvalue problem”* megfogalmazása helytelen sajnós (legalábbis mindenképp félreértésre ad okot). Arra utal a mondat, hogy a Python esetében nem szimbolikus integrálást használhatunk a mátrixelemekben lévő integrálok kiértékelésére (ahogy a Matlab esetében), hanem numerikusan kell elvégezni az integrálást (esetünkben a Simpson-módszerrel).